

Lineare Algebra I BNC 12. Hausaufgabe

Abgabe in der Woche vom 24. 1. 2005 (in der Übung)

1. Sei $U = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ 2a \\ b \\ 0 \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}$.

(a) Man zeige: $M = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ mit $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist

Erzeugendensystem von U .

(b) Stellen Sie \mathbf{c} als Linearkombination von $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$ dar.

(c) Welche Beziehung (Inklusion, Gleichheit) besteht zwischen den linearen Hüllen $\mathfrak{L}(\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\})$, und $\mathfrak{L}(\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\})$ (mit Begründung)?

2. Es sei die lineare Abbildung $\varphi : M_{3,1}(\mathbb{R}) \rightarrow M_{3,1}(\mathbb{R})$ mit $\varphi(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 2x_1 + 3x_3 \\ 2x_3 \\ -x_1 + x_3 \end{pmatrix}$ gegeben.

Es sei $U = \mathfrak{L}\left(\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right\}\right)$ (geometrisch durch die $x - y$ -Ebene veranschaulicht.) Interpretieren Sie die Bildmenge $\varphi(U)$ geometrisch (mit Begründung).