Lösungen der Hausaufgabe Nr. 11 Lineare Algebra Studiengang Network Computing WS 2004/2005

Martin Grandrath (Matr. Nr.: 46375)

15. Januar 2005

1 Unterräume 1

1.1

$$U_1 = \{f \in V : \; f(0) = 0\}$$

- Da $f(x) = x \in U_1$, ist $U_1 \neq \emptyset$
- Seien $f, g \in U_1$, $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}(f+g)(0) &= f(0) + g(0)\\ &= 0 + 0\\ &= 0\end{aligned}$$

$\curvearrowright (f+g) \in U_1$

$$\begin{aligned}(\alpha f)(0) &= \alpha f(0)\\ &= \alpha \cdot 0\\ &= 0\end{aligned}$$

$\curvearrowright (\alpha f) \in U_1$

$\curvearrowright U_1$ ist Unterraum von V

1.2

$$U_2 = \{f \in V : \; f(0) = 1\}$$

- Da $f(x) = 1 \in U_2$, ist $U_2 \neq \emptyset$
- Seien $f, g \in U_2$

$$\begin{aligned}(f+g)(0) &= f(0) + g(0) \\ &= 1 + 1 \\ &= 2\end{aligned}$$

$\curvearrowright (f+g) \notin U_2$

$\curvearrowright U_2$ ist nicht Unterraum von V

2 Unterräume 2

$$V = \mathbb{R}^3 \qquad U = \{(x,\; y,\; a) : \; x, y \in \mathbb{R}\} \qquad a \in \mathbb{R} \text{ fixiert}$$

- Da $(0,\; 0,\; a) \in U$, ist $U \neq \emptyset$
- Seien $\mathfrak{x}, \mathfrak{y} \in U$, $\mathfrak{x} = (x_1,\; y_1,\; a)$, $\mathfrak{y} = (x_2,\; y_2,\; a)$, $\alpha \in \mathbb{R}$

Fallunterscheidung

- $a = 0$

$$\begin{aligned}\mathfrak{x} + \mathfrak{y} &= (x_1,\; y_1,\; 0) + (x_2,\; y_2,\; 0) \\ &= (x_1 + x_2,\; y_1 + y_2,\; 0 + 0)\end{aligned}$$

$\curvearrowright (\mathfrak{x} + \mathfrak{y}) \in U$

$$\begin{aligned}\alpha\mathfrak{x} &= \alpha(x_1,\; y_1,\; 0) \\ &= (\alpha x_1,\; \alpha y_1,\; \alpha \cdot 0)\end{aligned}$$

$\curvearrowright (\alpha\mathfrak{x}) \in U$

$\curvearrowright U$ ist Unterraum von V für $a = 0$

- $a \neq 0$

$$\begin{aligned}\mathfrak{x} + \mathfrak{y} &= (x_1,\; y_1,\; a) + (x_2,\; y_2,\; a) \\ &= (x_1 + x_2,\; y_1 + y_2,\; 2a)\end{aligned}$$

$\curvearrowright a \neq 0 \;\rightarrow\; 2a \neq a \;\rightarrow\; (\mathfrak{x} + \mathfrak{y}) \notin U$

$\curvearrowright U$ ist nicht Unterraum von V für $a \neq 0$