

Lineare Algebra I BNC 5. Hausaufgabe

Abgabe in der Woche vom 22. 11. 2004 (in der Übung)

1. Geben Sie eine bijektive Abbildung von \mathbb{Z} auf die Menge aller ganzen Zahlen, die nicht durch 3 teilbar sind, an.
2. Seien $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \cos x$ und $\widehat{f}, \widehat{f^{-1}} : \mathcal{P}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R})$ die entsprechenden Erweiterungen dieser Abbildung auf die Potenzmengen. Geben Sie an: $\widehat{f}([0, \pi])$, $\widehat{f^{-1}}(\widehat{f}([0, \pi]))$, $\widehat{f^{-1}}([1, 3])$.
3. Prüfen Sie, ob die folgenden Relationen reflexiv, symmetrisch bzw. transitiv sind. Falls es sich um eine Äquivalenzrelation handelt, versuchen Sie die Menge M/ϱ der Äquivalenzklassen $[x]_{\varrho}$ (Faktormenge) zu beschreiben.
 - (a) $\varrho \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ mit $(x, y) \in \varrho \iff \operatorname{sgn} x = \operatorname{sgn} y$. Dabei ist sgn die Vorzeichenfunktion
$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$$
 - (b) $\varrho \subseteq A \times A$ mit $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $(m, n) \in \varrho \iff 3|(m^2 - n^2)$
 - (c) $\varrho \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $(m, n) \in \varrho \iff m|n$