Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis I
Studiengang Network Computing
WS 2004/2005

13. Serie — Abgabe in der Übung am 28.1.2005

Die Übungsaufgaben findet man im Internet unter der Adresse
`http://www.mathe.tu-freiberg.de/~lyska/BNC-2004`

1. Mit Hilfe des ε-δ-Formalismus zeige man, dass die für alle nichtnegativen reellen x definierte Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ in $x_0 = 0$ stetig ist.

2. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{für} \quad x < 0 \\ a\cos(bx) & \text{für} \quad 0 \le x \le \pi \\ 1 & \text{für} \quad x > \pi. \end{cases}$$

   Untersuchen Sie, ob man a und b so wählen kann, daß f auf ganz $\mathbb{R}$ stetig ist. Begründen Sie mit einem Satz der Vorlesung, dass die angegebene Funktion tatsächlich stetig ist.

3. Bestimmen Sie die Grenzwerte

$$\text{a)} \quad \lim_{x\to 0} \frac{1}{\sqrt{x}} \qquad \text{b)} \quad \lim_{x\to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \qquad \text{c)} \quad \lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x} - \sqrt{x-1}\right).$$

4. Bestimmen Sie die einseitigen Grenzwerte

$$\text{a)} \quad \lim_{x\to 0+0} x\left(1 + \frac{4}{x^2}\right)^{1/2} \qquad \text{b)} \quad \lim_{x\to 0-0} x\left(1 + \frac{4}{x^2}\right)^{1/2}.$$

5. Untersuchen Sie, ob die folgenden auf $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definierten Funktionen an der Stelle $x_0 = 0$ eine Lücke, Sprungstelle oder Polstelle (oder keines davon) haben.

$$\text{a)} \quad f(x) = \frac{\sin x}{x} \qquad \text{b)} \quad f(x) = \frac{\sin x}{|x|} \qquad \text{c)} \quad f(x) = \sin(1/x) \qquad \text{d)} \quad f(x) = 1/\sin x.$$