

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis I

Studiengang Network Computing

WS 2004/2005

12. Serie — Abgabe in der Übung am 21.1.2005

Die Übungsaufgaben findet man auch im Internet unter der Adresse
<http://www.mathe.tu-freiberg.de/~lyska/BNC-2004>

1. Bestimmen Sie die (komplexen) Nullstellen, Polstellen und Lücken der Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^3 + x^2 - x - 1}.$$

2. Bestimmen Sie die reelle und die komplexe Partialbruchzerlegung der Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x}{x^4 - 1}.$$

3. Beweisen Sie, daß für $a > 0$ mit $a \neq 1$ und alle $x, y \in \mathbb{R}_+$ gilt

a) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$

b) $\log_a(x/y) = \log_a x - \log_a y$

c) $(a^x)^y = a^{xy}$.

4. Beweisen Sie, dass für alle positiven reellen Zahlen a, b, c mit $b, c \neq 1$ gilt

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}.$$

Warum sind die Fälle $b = 1$ und $c = 1$ ausgeschlossen?

5. Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Gleichungen

a) $\sin x = \frac{1}{2}$, b) $\tan x = -1$.

6. Beweisen Sie, dass für alle $z \in \mathbb{C}$ gilt

$$\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1.$$