

# Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis I

## Studiengang Network Computing

### WS 2004/2005

#### 11. Serie — Abgabe in der Übung am 14.1.2005

Die Übungsaufgaben findet man auch im Internet unter der Adresse  
<http://www.mathe.tu-freiberg.de/~lyska/BNC-2004>

1. Gegeben sind die Funktionen

$$f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{x-1}{x+1}, \quad g: [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$$

$$h: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \ln x$$

Untersuchen Sie, welche der folgenden Kompositionen existieren und geben Sie diese an (dazu gehört auch der Definitionsbereich):

$$\text{a) } f \circ g, \quad \text{b) } f \circ h, \quad \text{c) } g \circ f, \quad \text{d) } h \circ g.$$

2. Welche der folgenden Funktionen sind nach oben bzw. unten beschränkt? Geben Sie in diesen Fällen Supremum (Maximum) und Infimum (Minimum) an.

$$\text{a) } f: (1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^4, \quad \text{b) } f: [-2, 2) \cup (2, 4] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{(2-x)^2}.$$

3. Bestimmen Sie die größtmöglichen Intervalle, in denen die auf  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f(x) = x^2 - 5x + 4$  streng monoton (wachsend oder fallend) ist.
4. Untersuchen Sie, welche der folgenden Funktionen periodisch sind und geben Sie ihre primitive Periode an.

$$\text{a) } f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto (\sin x)^2 \quad \text{b) } f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin(x^2)$$

5. Ermitteln Sie, welche der folgenden Funktionen gerade bzw. ungerade sind.

$$\text{a) } f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x \cdot |x| \quad \text{b) } f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x + x^2$$
$$\text{c) } f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

6. Beweisen Sie, daß das Produkt einer geraden und einer ungeraden Funktion ungerade ist.
- Z. Beweisen Sie, dass jede auf  $\mathbb{R}$  definierte Funktion als Summe einer geraden und einer ungeraden Funktion darstellbar ist.