Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis I
Studiengang Network Computing
WS 2004/2005

2. Serie — Abgabe in der Übung am 29.10.2004

Die Übungsaufgaben findet man auch im Internet unter der Adresse
`http://www.mathe.tu-freiberg.de/~lyska/BNC-2004`

1. Bestimmen Sie alle reellen Zahlen, für die folgende Gleichungen bzw. Ungleichungen erfüllt sind:

   a) $|2x-3| = 3,$ b) $|x+1| - |2x-1| = 1,$ c) $x - 1 < \dfrac{2x-2}{x-4}.$

2. Man bestimme jeweils alle Punkte (x, y) der xy-Ebene, für die in einem kartesischen Koordinatensystem gilt

   a) $x^2 + y^2 = 2,$ b) $|x| + |y| = 2,$ c) $\max(|x|, |y|) = 2.$

3. Bestimmen Sie Supremum und Infimum der Menge $A := \{3/n \colon n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{R}$. Besitzt die Menge ein Maximum und/oder ein Minimum?

4. Man schreibe mittels Summenzeichen:
   a) $1 + 5 + 9 + 13 + 17 + \ldots + 2005$ b) $\dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{4} + \dfrac{3}{5} + \dfrac{4}{6} + \ldots + \dfrac{9999}{10001}$

5. Für die folgenden Indextransformationen der Summe $\sum_{i=1}^{n} a_i$ finde man die richtigen Werte der Platzhalter $\diamond, \Box, \Diamond, \nabla, \ldots$:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{r=6}^{\clubsuit} a_{\blacklozenge} = \sum_{\triangle=\bigstar}^{\spadesuit} a_{\nu+1} = \sum_{\heartsuit=\Diamond}^{n+2} a_{q+\blacktriangledown} = \sum_{\rho=\nabla}^{\blacksquare} a_{\rho-1} = \sum_{\alpha=\maltese}^{\Box} a_{n-\alpha+1}.$$

Zusatzaufgabe. Eine nette Eigenschaft der Fibonacci-Zahlen ist die für alle natürlichen Zahlen $n \geq 2$ gültige Identität

$$F_n^2 - F_{n+1}F_{n-1} = (-1)^{n-1}.$$

Sie wird bei einem Trick angewandt, bei dem ein Quadrat der Seitenlänge 8 in ein "flächengleiches Rechteck" mit den Seiten 5 und 13 umgewandelt wird. Beweisen Sie diese Identität.
Zerschneiden Sie das nebenstehende Quadrat längs der angegebenen Linien und bilden daraus ein Rechteck mit den Seiten 5 und 13.