

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis I

Studiengang Network Computing

WS 2004/2005

1. Serie — Abgabe in den Übungen am 22.10.2004

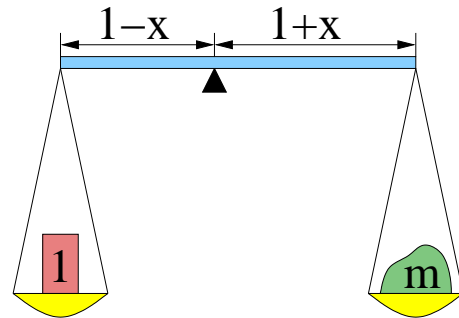
Die Übungsaufgaben findet man auch im Internet unter der Adresse
<http://www.mathe.tu-freiberg.de/~lyska/BNC-2004>

1. Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für die Summe der dritten Potenzen aller natürlichen Zahlen von 1 bis n die folgende Formel gilt

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

2. Ein Weinbauer besitzt zwei Eimer mit einem Fassungsvermögen von 5 und 7 Litern. Zum Abmessen von Wein kann er den Inhalt dieser Eimer (gegebenenfalls mehrfach) in ein Fass füllen. Das Umgießen von Wein von einem Eimer in den anderen ist nicht erlaubt und aus dem Fass darf kein Wein entnommen werden.
 - a) Geben Sie alle Weinmengen von höchstens 25 Litern an, die der Bauer abmessen kann.
 - b) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass der Bauer alle Weinmengen größer als 25 Liter abmessen kann.
3. Zeigen Sie, dass die Summe einer rationalen und einer irrationalen Zahl stets irrational ist. Ist die Summe zweier irrationaler Zahlen immer irrational? Begründen Sie Ihr Ergebnis.
4. Herr Müller will mit einer Balkenwaage und einem Massestück von 1 kg Mehl abwiegen. Leider hat sich die Aufhängung der Waage verschoben, so dass die beiden Waagarme die Längen $1+x$ und $1-x$ besitzen. Herr Müller wiegt deshalb einmal auf der rechten und einmal auf der linken Waagschale und hofft, dass die Gesamtmasse des Mehls beider Wägungen 2 kg beträgt.

- a) Machen Sie sich plausibel, dass dieses Verfahren nicht erfolgreich ist.
- b) Ist die Masse m des abgewogenen Mehls zu gross oder zu klein?
- c) Bestätigen Sie Ihre Vermutung durch Rechnung. Wie groß ist m tatsächlich?



Zusatzaufgabe: In der linken unteren Ecke eines Schachbretts steht ein Spielstein. Zwei Spieler bewegen diesen Stein abwechselnd auf ein benachbartes Feld, wobei nur nach rechts, nach oben oder (schräg) nach rechts oben gezogen werden darf. Gewonnen hat, wer den Stein in der rechten oberen Ecke platzieren kann. Man untersuche, ob einer der beiden Spieler den Gewinn erzwingen kann und gebe in diesem Fall an, auf welche Weise dies möglich ist.